



UNIVERSIDAD AUTONOMA TOMAS FRIA

FACULTAD DE INGENIERIA

CARRERA DE INGENIERIA CIVIL



INFORMACION P.S.A. - 2/20017 - CARRERA DE INGENIERIA CIVIL

A. AREAS Y CONTENIDOS MINIMOS.

CONTENIDOS MÍNIMOS PARA LA PRUEBA DE SUFICIENCIA ACADÉMICA Y/O CURSO PRE-UNIVERSITARIO

ÁLGEBRA

1. NOCIONES GENERALES.
2. OPERACIONES.
3. MÁXIMO COMÚN.
4. PRODUCTOS NOTABLES.
5. FACTORIZACIÓN ALGEBRAICA.
6. REGLAS DE LA POTENCIACIÓN.
7. LOGARITMOS.
8. NÚMEROS COMPLEJOS.
9. ECUACIONES DE PRIMER GRADO.
10. SISTEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO.
11. ECUACIONES DIOFANTICAS.
12. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.
13. REPRESENTACIÓN.
14. MÉTODOS PARA SOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.
15. SISTEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.
16. INTERÉS.

ARITMÉTICA

1. NOCIONES DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS.
2. SISTEMAS DE NUMERACIÓN.
3. NÚMEROS NATURALES.
4. LA SUMA DE LOS NÚMEROS NATURALES.
5. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS.
6. DIVISION DE NÚMEROS NATURALES.
7. POTENCIA DE NÚMEROS NATURALES.
8. RADICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES.
9. DIVISIBILIDAD.
10. NÚMEROS ENTEROS.
11. NÚMEROS RACIONALES.
12. POTENCIA Y RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.
13. NÚMEROS REALES.
14. MAGNITUDES Y CANTIDADES.
15. SISTEMAS MÉTRICO DECIMAL.
16. RAZONES Y PROPORCIONES NUMÉRICOS.
17. MAGNITUDES DIRECTAS E INVERSAMENTE PROPORCIONAL.

FÍSICA

1. INTRODUCCIÓN.
2. NOTACIÓN CIENTÍFICA.

3. SISTEMAS DE UNIDADES.
4. TIEMPO, MATERIA Y ESPACIO.
5. BASE FÍSICA DE LA ACTIVIDAD DE LOCOMOCIÓN.
6. MOVIMIENTO RECTILÍNEO.
7. SEGUNDA LEY DE NEWTON.
8. TRABAJO Y ENERGÍA.
9. IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.
10. ESTÁTICA.
11. TERMOLOGÍA.
12. NEUMOLOGÍA
13. DILATACIÓN.
14. CALORÍMETRO.
15. MECÁNICA DE LOS FLUIDOS.
16. ÓPTICA.
17. ACÚSTICA.

GEOMETRÍA PLANA

1. CONCEPTO.
2. ÁNGULOS.
3. RECTAS PARALELAS.
4. RECTAS PERPENDICULARES.
5. TRIÁNGULO.
6. LADOS Y ÁNGULOS EN EL TRIÁNGULO.
7. POLÍGONOS Y SUS PROPIEDADES FUNDAMENTALES.
8. LUGARES GEOMÉTRICOS.
9. PROBLEMAS DE CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS.
10. CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS.
11. CUADRILÁTEROS.
12. POLÍGONOS.

TRIGONOMETRÍA

1. TRIGONOMETRÍA.
2. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.
3. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.
4. RELACIONES FUNDAMENTALES.
5. GRÁFICAS.
6. TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS.
7. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS.
8. APLICACIONES GEOMÉTRICAS.

CÁLCULO PRESICIÓN Y SIMETRÍA... ..
¡ADELANTE INGENIERÍA!

B. BIBLIOGRAFIA DE REFERENCIA.

1. Baldor, Aurelio ALGEBRA
2. Repeto, fesquet, TRIGONOMETRIA Y ELEMENTOS DE ANALISIS MATEMATICO, Editorial Kapeluz
3. Galarza, goni, GEOMETRIA plana y del espacio. Colección Goni
4. Galarza, goni, ALGEBRA. Colección Goni
5. Alonzo, fin, FISICA
6. Martin, J. Problemas resueltos de FISICA
7. Rodriguez Valencia, luis. Soluciones y Ejercicios de Física I. Departamento de Física, Universidad de Santiago de Chile.
8. Butikow A. Bikopv A. Kondratigv. Física Ejercicios y Problemas

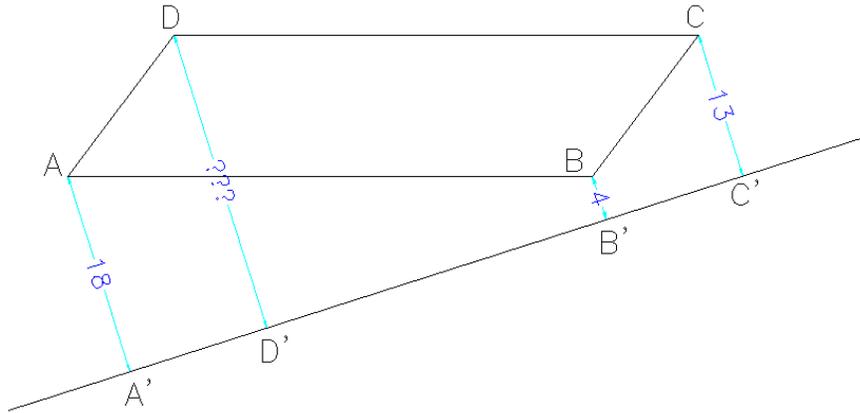
C. EXAMENES RESUELTOS DE GESTIONES ANTERIORES.

PREGUNTAS DE GEOMETRIA

CURSO PREUNIVERSITARIO – INGENIERIA CIVIL 2016

GRUPO C – ING. MIRKO GUTIERREZ PACHECHO

- 1) Si a uno de dos ángulos suplementarios se le disminuye 20° y al otro 30° , este último resulta ser igual a los dos tercios de lo que queda del anterior. Hallar el suplemento del complemento de la diferencia de dichos ángulos.
- 2) La bisectriz del ángulo recto de un triángulo rectángulo forma con la hipotenusa un ángulo interior de 115° . Hallar el ángulo que forma dicha bisectriz con la bisectriz del ángulo exterior del menor de los ángulos internos del triángulo.
- 3) Se da un triángulo rectángulo ABC recto en B. Se traza una recta que corta al lado BC en M y al lado AC en N, de modo que el ángulo MNA es igual al ángulo BAC. Hallar el lado BC si la distancia de N al lado AB es 12 mt., y la distancia de C a la recta es 5 mt.
- 4) Si a un polígono convexo regular se le aumenta un lado, cada ángulo interior se reduce en 12° ¿Cuál es el polígono?
- 5) Las distancias de los vértices A, B, C de un romboide a una recta exterior al mismo son 18 mt., 4 mt., 13 mt. respectivamente. Hallar la distancia del vértice D a esa recta exterior.



SOLUCIONARIO

CURSO PREUNIVERSITARIO – INGENIERIA CIVIL 2016

GRUPO C – ING. MIRKO GUTIERREZ PACHECHO

1) RESPUESTA

Sean los ángulos señalados α y β , entonces, como son suplementarios:

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Tal como señala el problema, se realizan reducciones a ambos ángulos y queda:

$$\alpha - 20 = 180^\circ \quad ; \quad \beta - 30 = 180^\circ$$

$$\beta - 30 = \frac{2}{3}(\alpha - 20) \quad \text{Ec. 1}$$

Pero como α y β son suplementarios, entonces:

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

Reemplazando en la Ec. 1:

$$180 - \alpha - 30 = \frac{2}{3}(\alpha - 20)$$

Resolviendo la ecuación con una incógnita se halla α :

$$\alpha = 98^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha = 82^\circ$$

La diferencia de los ángulos señalados será:

$$\alpha - \beta = 16^\circ$$

El complemento de esa diferencia será:

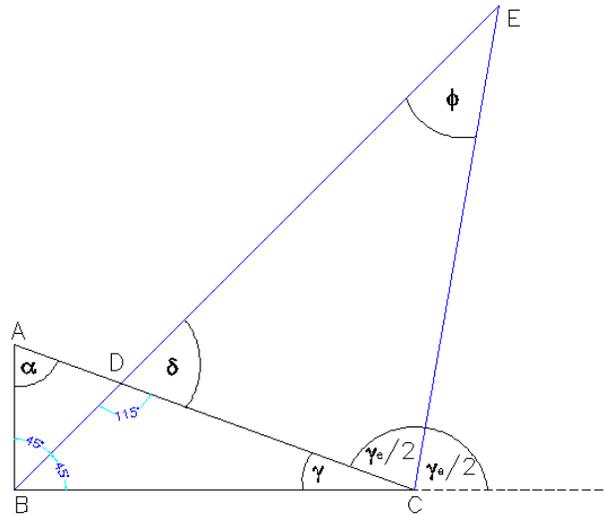
$$\text{Comp}(\alpha - \beta) = 90 - 16 = 74^\circ$$

El suplemento del complemento de la diferencia será:

$$\text{Sup}[\text{Comp}(\alpha - \beta)] = 180 - 74 = 106^\circ$$

2) RESPUESTA

La bisectriz del ángulo recto bisectara el mismo en dos ángulos de 45° . Se sabe que en su intersección con la hipotenusa se forma un ángulo de 115° , misma que se intersecta con la bisectriz del ángulo exterior de γ , tal como se ve en el gráfico:



Entonces, en el triángulo BCD se puede conocer dos ángulos y se puede hallar el tercero que resulta ser γ :

$$\gamma = 180 - 45 - 115 = 20^\circ$$

Si se conoce γ , se puede conocer su ángulo exterior y obviamente la mitad del mismo:

$$\gamma_e = 180 - \gamma = 160^\circ$$

$$\frac{\gamma_e}{2} = 80^\circ$$

Por otro lado, en el punto D, se puede ver que el ángulo interior 115° y el ángulo δ forman 180° de donde se podrá calcular el ángulo δ :

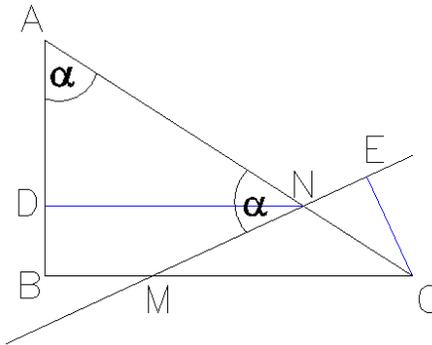
$$\delta = 180 - 115 = 65^\circ$$

Por lo tanto, en el triángulo CDE, se conocen dos ángulos y el tercer ángulo, que es el que se desea determinar se calcula fácilmente:

$$\phi = 180 - \delta - \frac{\gamma_e}{2} = 35^\circ$$

3) RESPUESTA

Graficando el problema se tiene:



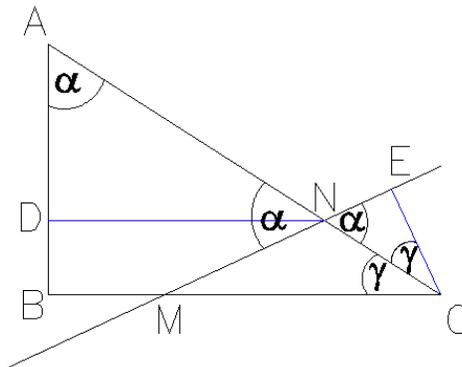
Dónde: $DN = 12$; $CE = 5$; $MNA = BAC = \alpha$

Por opuestos, α se reproduce en N.

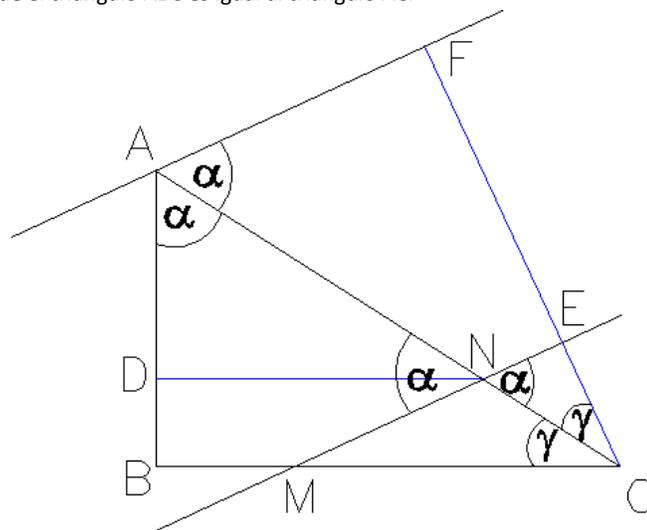
En el triángulo ABC, existirá el ángulo γ en C, de modo que:

$$\alpha + \gamma = 90^\circ \quad (\text{ángulos complementarios})$$

Pero del mismo modo, en el triángulo CEN, dado que el ángulo interno en N es α , el ángulo interno en C tendrá que ser complementario con α (sumado con α deberá dar 90°) por tanto tendrá que ser necesariamente γ

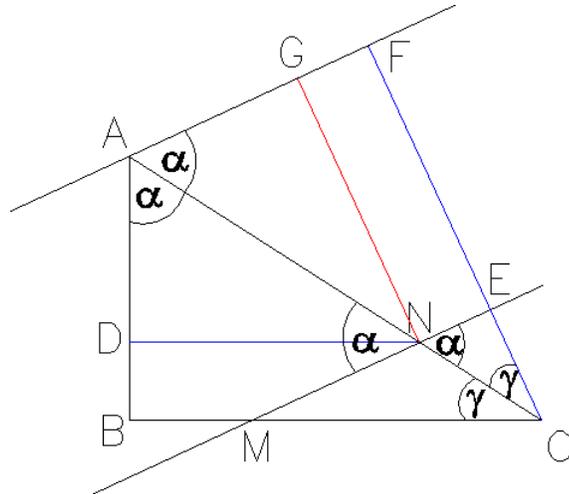


Por A se traza una recta paralela a la recta MN y se extiende la recta EC hasta cortar a la anterior en el punto F. Se tratara de demostrar que el triángulo ABC es igual al triángulo ACF

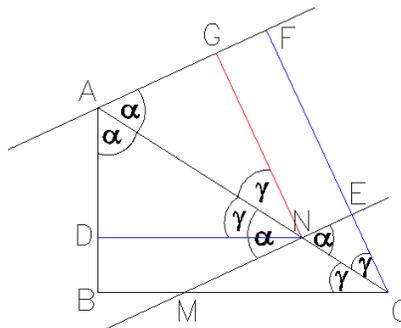


Como AF es paralela a MN, entonces, α se reproduce en A y como el lado AC es común a los triángulos ABC y ACF, se tiene el caso de igualdad de triángulos a partir de un lado y dos ángulos adyacentes, por tanto, son iguales.

Se trazara por N una recta paralela a CF hasta cortar a AF en G. Se tratara de demostrar que el triángulo ADN es igual al triángulo ANG:



El ángulo g interno en el triángulo ABC se reproduce en N porque los lados que lo forman son paralelos, por tanto, nuevamente se tiene el caso de igualdad de triángulos a partir de un lado y dos ángulos adyacentes y en consecuencia son iguales.



Por lo anterior el segmento GN será igual a DN que es igual a 12, y como el primero es paralelo a EF, entonces, también este es igual y como se sabe que CE es igual a 5, se tendrá el lado CF.

$$DN = 12 \text{ pero } DE = GN = EF = 12$$

$$CF = EF + CE = 12 + 5 = 17$$

Pero como los triángulos ABC y ACF son iguales, el lado BC es igual al lado CF, con lo que se tiene resuelto el problema:

$$BC = CF = 17$$

4) RESPUESTA

El polígono original tendrá n lados y un ángulo interior ϕ . Se sabe que:

$$\phi = \frac{360}{n} \text{ entonces } \phi n = 360^\circ \quad \text{Ec.1}$$

Si se aumenta un lado al polígono se tendrá:

$$n' = n + 1 \quad ; \quad \phi' = \phi - 12 \quad \text{Ec. 2}$$

Pero también se cumplirá que:

$$\phi' = \frac{360}{n'} \quad \text{o} \quad \phi' n' = 360^\circ$$

Reemplazando la Ec. 2 en lo anterior:

$$(\phi - 12)(n + 1) = 360$$

$$\phi n + \phi - 12n - 12 = 360$$

Reemplazando la Ec. 1 en su segunda forma ($\phi n = 360^\circ$) en lo anterior:

$$360 + \phi - 12n - 12 = 360$$

$$\phi - 12n - 12 = 0$$

Reemplazando la Ec. 1 en su primera forma ($\phi = \frac{360}{n}$) en lo anterior:

$$\frac{360}{n} - 12n - 12 = 0 \quad \text{Multiplicando por } -\frac{n}{12}$$

$$n^2 + n - 30 = 0$$

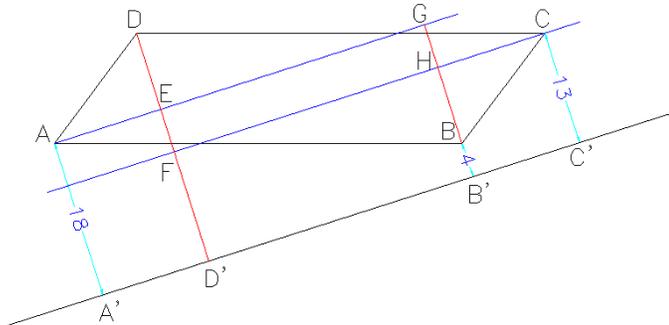
Resolviendo la ecuación se hallan dos resultados, del que obviamente, se descarta el valor negativo:

$$n = 5$$

Por lo tanto, el polígono buscado es un pentágono.

5) RESPUESTA

Se trazan paralelas a la recta exterior por A y C, y desde los vértices B y D se trazaran perpendiculares a esas paralelas, hallando los puntos E, F, G, H



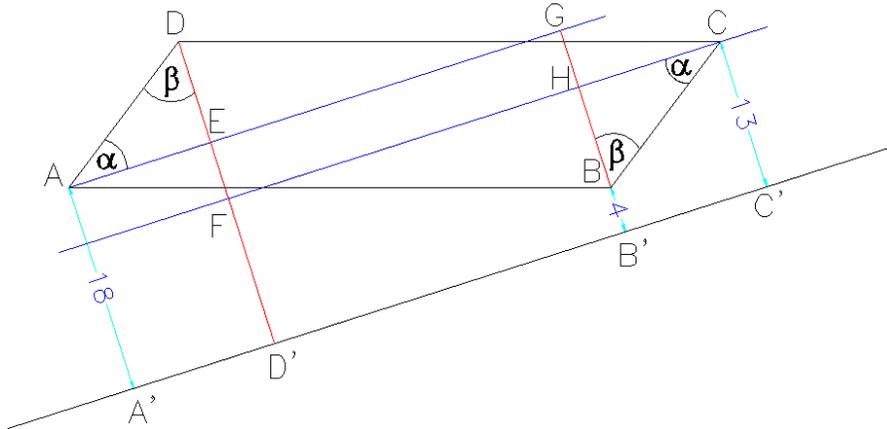
Se observa en el grafico que:

$$D'E = AA' = 18$$

$$DD' = D'E + ED$$

Por tanto, si se halla la distancia DE, se tiene el problema resuelto.

Se tratara de demostrar que el triángulo ADE es igual al triangulo BCH. Se sabe que el lado AD es igual al lado BC (AD = BC por tratarse de un romboide), por tanto, ambos triángulos tienen un lado igual.



Se tiene el caso de paralelas entre paralelas, por lo que aprovechando sus propiedades se verifican los ángulos según se observa en el gráfico y por tanto, se tiene el caso de un lado y dos ángulos adyacentes iguales, en consecuencia, los triángulos ADE y BCH son iguales.

Del gráfico, se sabe que:

$$BH = CC' - BB' = 13 - 4 = 9$$

Pero como los triángulos ADE y BCH son iguales, entonces:

$$DE = BH = 9$$

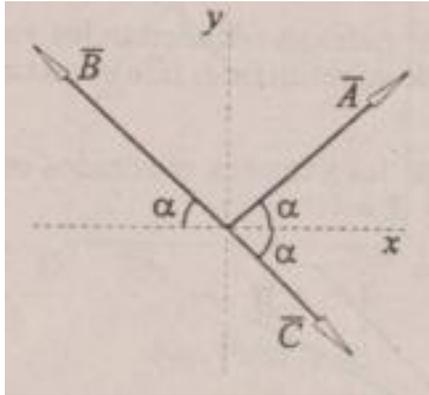
Finalmente se tendrá que la distancia buscada DD' es:

$$DD' = D'E + DE = 18 + 9 = 27$$

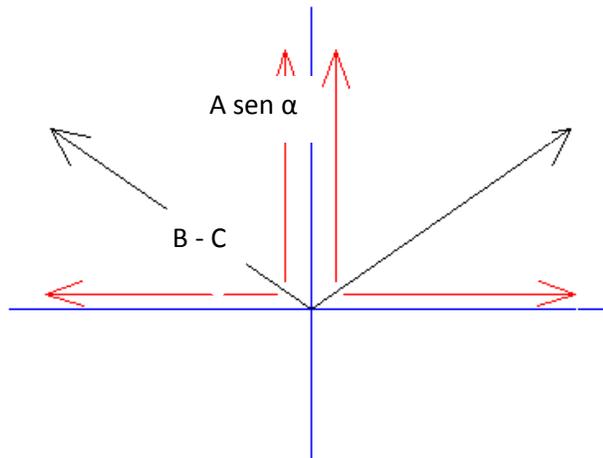
FISICA GRUPO B

TEMA: ANALISIS VECTORIAL

1. Para el Sistema mostrado, hallar el valor de " α " para que la resultante sea vertical y hacia arriba y cuyo valor exceda en 20% al vector A



Solución:



Reduciremos los vectores B y C por uno D, tal que $D = B - C$. Ahora, de la condición del Problema

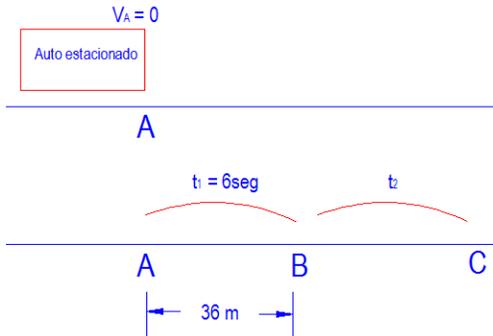
$\sum V_x = 0$, notamos que los vectores A y D deben tener el mismo modulo.

$$\sum V_y = R \quad \text{entonces} \quad A + 0.20 A = 2A \text{sen} \alpha \quad \text{sen} \alpha = 3/5 \quad \alpha = 37$$

TEMA: MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME VARIADO

2. Un auto está esperando que cambie la luz de un semáforo. Cuando la luz cambia a verde, el auto acelera uniformemente durante 6 segundos a razón de 2 m/s^2 , después de lo cual se mueve con velocidad constante. En el instante que el auto comienza a moverse, un camión se mueve en la misma dirección con velocidad constante de 10 m/s y lo pasa. ¿En que tiempo y a que distancia se encontraran nuevamente el auto y el camión?

Solución:



- ✓ Analicemos lo que ocurre en los primeros 6 segundos. Tramo desde A hacia B

$$v_f = v_o + at \quad \text{Reemplazando tenemos} \quad v_f = 12 \text{ m/s} \quad \text{velocidad en el punto B}$$

- ✓ **Para el Automóvil (Tramo A-B)**

Ahora calculamos la distancia que recorre desde el punto A hacia B

$$d_{A-B} = v_o t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{Reemplazando tenemos} \quad d_{A-B} = 36 \text{ m}$$

- ✓ **Para el camión (MRU) (Tramo A-B)**

$$d_{B-C} = v_{camion} t \quad \text{Reemplazando tenemos} \quad d_{B-C} = 60 \text{ m}$$

De este análisis deducimos que el automóvil no logra alcanzar al camión durante su movimiento acelerado.

- ✓ **Para el Automóvil (Tramo B-C)**

Ahora calculamos la distancia que recorre desde el punto A hacia B

$$d_{B-C} = v_B t_2 \quad \text{Reemplazando tenemos} \quad d_{B-C} = 12 t_2 \quad (1)$$

- ✓ **Para el Camión (desde el punto A se desplaza con MRU, la distancia recorrida hasta C será:**

$$d_{A-C} = v_B t = (36 + d_{B-C}) = 10(6 + t_2) \quad (2)$$

Resolviendo (1) y (2) tenemos:

$$t_2 = 12 \text{ segundos } d_{B-C} = 144 \text{ m}$$

TEMA: CAIDA LIBRE VERTICAL

3. Desde el borde de un acantilado de 50.2 m de altura una persona arroja dos bolas iguales, una hacia arriba con una velocidad de 19.6 m/s, y la otra hacia abajo con la misma velocidad. ¿con que retraso llegara la bola lanzada hacia arriba al suelo?.

Solución:

Se observa que los cuerpos demoran igual tiempo en el tramo BC, porque ambos

Pasan por el mismo punto B con la misma dirección y hacia abajo.

Luego el retraso de la bola lanzada hacia arriba se debe al tiempo que emplea

En subir y bajar de A-D y D-B

✓ **Calculo del tiempo de vuelo**

$$t_{subida} = t_{bajada} \quad (1)$$

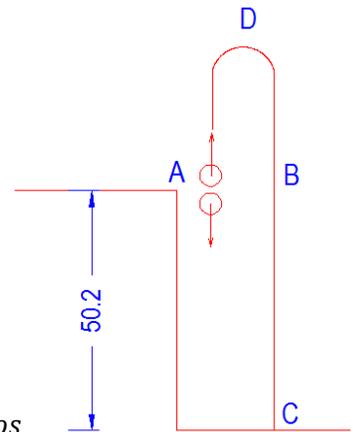
$$v_f = v_o - g t_{subida} \quad t_{subida} = \frac{19.6}{9.81} t_{subida} = 1.99796 \text{ segundos}$$

El tiempo desde el punto A hasta B será:

$$t_{A-B} = 3.996 \text{ segundos}$$

Entonces el tiempo de retraso será

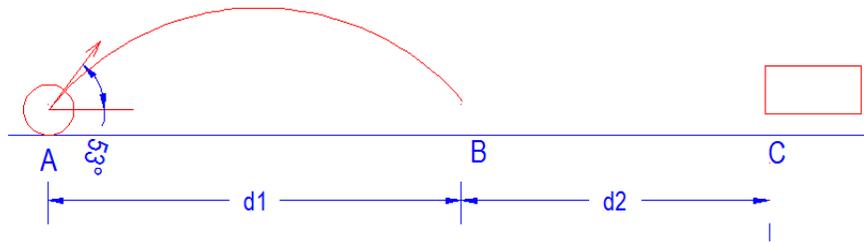
$$t_{retraso} = 3.996 \text{ segundos}$$



TEMA: MOVIMIENTO COMPUESTO – MOVIMIENTO PARABOLICO

4. Un mortero dispara un proyectil con un ángulo de 53° con la horizontal con una velocidad de 50 m/s. Un tanque está avanzando directamente hacia el mortero con una rapidez de 5 m/s. ¿Cual debe ser la distancia del mortero al tanque en el instante que aquel dispara de modo que logre hacer blanco? .

Solución



✓ Para el proyectil,

La distancia de recorrido del proyectil será:

$$d_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{50^2 \sin 2(53)}{9.81} = 244.97 \text{ m}$$

El tiempo de vuelo del proyectil será:

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2(50) \sin(53)}{9.81} = 8.14 \text{ segundos}$$

✓ Para el Tanque

Los tiempos de ambos deben coincidir entre si, el tanque se mueve con MRU

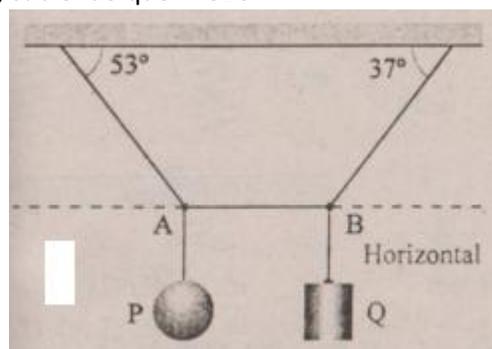
$$d_2 = v t = 5(8.14) = 40.7 \text{ m}$$

Finalmente la distancia total será:

$$d_t = 285.67 \text{ m}$$

TEMA: ESTÁTICA

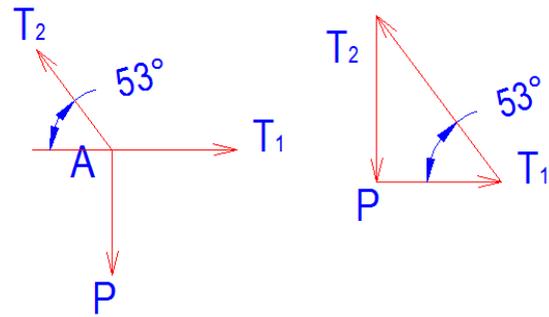
5. Calcular el peso necesario y suficiente del bloque "Q" para que el sistema mostrado se encuentre en equilibrio, sabiendo que P=320 N.



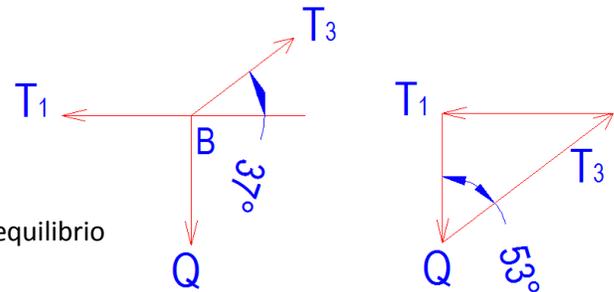
Solución:

Haciendo DCL de cada nodo por separado tendremos lo siguiente:

$$\tan(53) = \frac{P}{T_1} T_1 = \frac{320}{\tan(53)} = 241.13 \text{ N}$$



$$\tan(53) = \frac{T_1}{Q} Q = \frac{241.13}{\tan(53)} = 181.70 \text{ N}$$



Entonces el valor de "Q" para que el sistema este en equilibrio

será:

Q=181.70 N

**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL
CURSO PRE-UNIVERSITARIO
SOLUCIONARIO EXAMEN TRIGONOMETRÍA – SEMESTRE I/2016
Docente: Ing. Juan Correa Alejo**

1. Un ángulo esta expresa en el sistema Centesimal como 65g35m80s, expresar el ángulo indicado en los sistemas Sexagesimal y Radial.

R. Para realizar las transformaciones de un sistema a otro es necesario tener presente las relaciones de la regla de tres simple, considerando que 360° equivale a 400g en el sistema Centesimal y 2π en el sistema Radial, es decir:

$$\frac{S}{360^\circ} = \frac{C}{400g} = \frac{R}{2\pi}$$

Para realizar las operaciones es conveniente expresar el ángulo solo en grado (g), tomando en cuenta que 1g tiene 100 minutos (m) y 1 minuto tiene 100 segundo s), entonces se tiene:

$$\alpha = 65g35m80s = 65g + 35m * \left(\frac{1g}{100m}\right) + 80s * \left(\frac{1g}{1000s}\right) \Rightarrow$$

$$\alpha = 65.358g$$

a) Transformando el ángulo al sistema Sexagesimal, mediante la regla de 3 simple

$$\alpha = 65.358g \text{ -----} \rightarrow x^\circ$$

$$\text{Sí} \quad 400g \text{ -----} \rightarrow 360^\circ$$

Ángulo en el sistema centesimal $\alpha_x = \frac{65.358g}{400g} * 360^\circ \Rightarrow \alpha = 58.8222^\circ$

Para expresar el anterior ángulo en grados, minutos y segundo se realiza la siguiente operación, en la cual se considera que cada grado (°) se divide en 60 minutos (') y cada minuto en 60 segundos ("), es decir:

Expresada en grados y minutos $\alpha = 58^\circ - 0.8222^\circ * \left(\frac{60'}{1^\circ}\right) \Rightarrow \alpha = 58^\circ 49.332'$

Expresada en grados, minutos y segundos

$$\alpha = 58^\circ 49' - 0.332' * \left(\frac{60''}{1'}\right) \Rightarrow \alpha = 58^\circ 49' 20''$$

b) Transformando el ángulo al sistema Radial

$$\alpha = 65.358 g \text{ -----} \rightarrow x$$

rad.

$$\text{Sí} \quad 400 g \text{ -----} \rightarrow 2\pi$$

rad

Ángulo en el sistema centesimal $\alpha_x = \frac{65.358g}{400g} * 2\pi rad \Rightarrow \alpha = 1.02664$

rad

Respuesta. Expresando el ángulo en los tres sistemas:

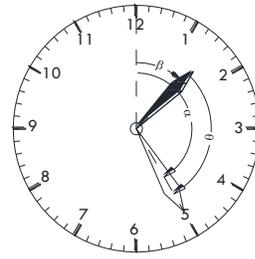
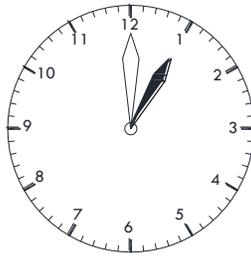
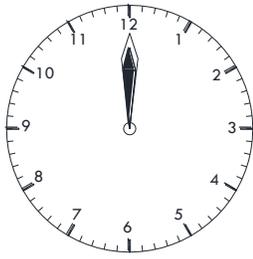
Sistema Sexagesimal $\alpha = 58^\circ 49' 20''$

Sistema Centesimal $\alpha = 65g35m80s$

Sistema Radial $\alpha = 1.02664 rad.$

2. Hallar el ángulo que forman las agujas de reloj a las 13 horas con 25 minutos, expresar el ángulo en el sistema sexagesimal.

R. Para tener una idea inicial es importante indicar, que, a las doce empunto las agujas del reloj se superponen (Fig. a), a partir de ello tenemos



- a) Reloj a las 12:00 empunto b) Reloj a la 13:00 empunto c) Reloj a la 13:25 empunto

Analizando el minuterero, se tiene:

Si en 1h (60 minutos) gira 360° cuantos grados gira en 25 minutos, aplicando la regla de tres simple se tiene:

$$\begin{array}{rcl} 60 \text{ min} & \text{-----}> & 360^\circ \\ 25 \text{ min} & \text{-----}> & x^\circ \\ x = 360 \cdot 25 / 60 & \Rightarrow & x = 150^\circ \end{array}$$

Por lo tanto en 13h y 25 min, las agujas del reloj giran:

$$\alpha = 360^\circ + 150^\circ = 510^\circ \quad \Rightarrow \quad \text{Giro total minuterero } \alpha = 510^\circ$$

Analizando la aguja de la hora (fig. b), se tiene:

Si la aguja de la hora da una vuelta completa en 12 horas, para calcular cuánto gira en cada hora, aplicando la regla de tres simple se tiene:

$$\begin{array}{rcl} 12 \text{ hr} & \text{-----}> & 360^\circ \\ 1 \text{ hr} & \text{-----}> & y^\circ \\ y = 360 \cdot 1 / 12 & \Rightarrow & y = 30^\circ \end{array}$$

Por lo tanto en 1h (60 minutos), la aguja de la hora gira 30° y cuanto gira en 30 min? Entonces, nuevamente aplicando la regla de tres se tiene:

$$\begin{array}{rcl} 60 \text{ min} & \text{-----}> & 30^\circ \\ 25 \text{ min} & \text{-----}> & z^\circ \\ z = 30 \cdot 25 / 60 & \Rightarrow & z = 12.5^\circ \end{array}$$

Por lo tanto en 13h y 25 min, las agujas del reloj giran:

$$\beta = 30^\circ + 12.5^\circ = 42.5^\circ \quad \Rightarrow \quad \text{Giro total horero } \beta = 42.5^\circ$$

La figura (c) muestra la posición de las agujas del reloj a la hora indicada, finalmente el ángulo indicado es igual a:

$$\theta = \alpha - \beta = 510^\circ - 360^\circ - 42.5^\circ \quad \Rightarrow \quad \theta = 107.5^\circ \quad \text{RESPUESTA}$$

3. La longitud del lado de un octágono regular es 12 m. Hallar el radio de la circunferencia inscrita en el octágono.

R. Es importante indicar que el octágono tiene ocho lados, por lo tanto la circunferencia inscrita en este polígono regular cuyo lado es de 12m. Considerando la figura adjunta y resolviendo al triángulo AOB se determina el radio "r" de la circunferencia:

El ángulo central para un octágono es igual a:

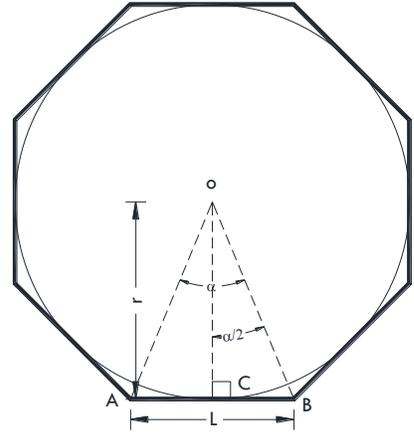
$$\alpha = \frac{360}{8} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 45^\circ$$

En el triángulo OCB se tiene:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{L/2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{L}{2 * \tan(\alpha/2)}$$

Remplazando valores

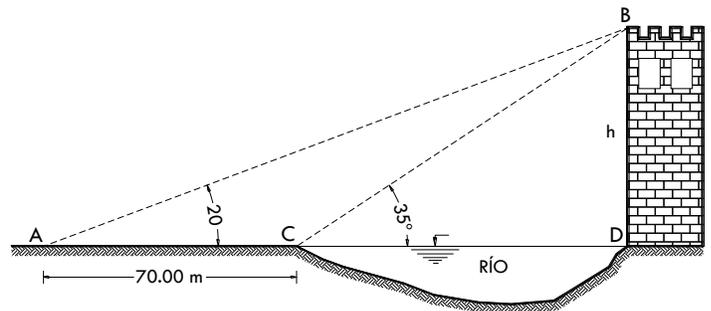
$$r = \frac{12}{2 * \tan(45/2)} \quad \Rightarrow \quad r = 15.68 \text{ m.}$$



Respuesta, El radio de la circunferencia inscrita en el octágono es **14.49 m**

4. En la orilla de un río se tiene una torre de control de un reinado, para realizar un ataque al reinado y disparar un proyectil a la parte superior de la torre, los invasores se ubican al otro lado de la orilla del río y visan la torre con un ángulo de elevación de 35°, posteriormente en la misma línea se alejan de la orilla del río una distancia de 70 metros y nuevamente hacen la lectura del ángulo de elevación de la parte superior de la torre siendo esta igual a 20°, ¿Calcular la altura h de la torre y el ancho del río?

R. La figura muestra el problema planteado de manera gráfica.



Es importante indicar que en el vértice C se tiene un ángulo recto (90°) por lo cual el problema se reduce a la solución de triángulos rectángulos, entonces:

En el triángulo ABD se tiene que:

$$\text{Tan}.20^\circ = \frac{h}{70 + CD}$$

De la anterior ecuación despejando h tenemos: $h = (70 + \overline{CD}) * \text{Tan}20^\circ$ (1)

En el triángulo CBD se tiene que: $\text{Tan}.35^\circ = \frac{h}{\overline{CD}}$

De la anterior ecuación despejando h tenemos: $h = \overline{CD} * \text{Tan}.35^\circ$ (2)

Igualando la ecuaciones (1) y (2)

$$(70 + \overline{CD}) * \text{Tan}.20^\circ = \overline{CD} * \text{Tan}.35^\circ$$

Despejando la distancia CD se tiene: $\overline{CD} = \frac{70 * \text{Tan}.20^\circ}{\text{tan}.35^\circ - \text{tan}.20^\circ}$

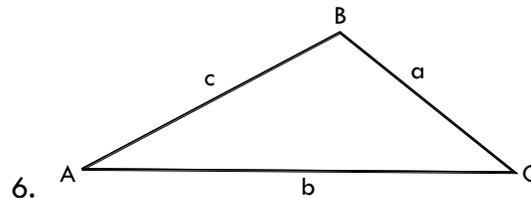
Calculando la distancia CD se tiene: $\overline{CD} = 75.77 \text{ m}$

Para calcular la altura h reemplazamos el valor de la distancia CD en la ecuación (2), es decir: $h = 75.77 * \text{Tan}.35^\circ$

Calculo de la altura h de la torre. $h = 53.06 \text{ m}$

Respuesta, la altura de la torre “h” es igual a 53.06 metros y el ancho del rio es de 75.77 metros.

5. Calcular el perímetro y área del triángulo ABC si el lado “a” es igual a 30 m, el lado “c” es igual a 50 metros y el ángulo interior A es igual a 25°.



R. Para calcular el perímetro y área del triángulo oblicuángulo, es necesario calcular todos los lados del mismo. De acuerdo a los datos, se aplicara la Ley de los senos para el cálculo de los lados.

Aplicando la ley de los senos entre los lados “a” y “c” se tiene:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{c}{\text{sen}C} \quad \Rightarrow \quad \text{sen}C = \text{sen}A * \frac{c}{a}$$

Reemplazando valores se tiene $\text{sen}C = \text{sen}25 * \frac{50}{30}$

Resolviendo y despejando el ángulo “C” $C = 44.78^\circ$

Por la complementariedad de ángulos internos de un triángulo se calcula el ángulo B.

$$A + B + C = 180 \quad \Rightarrow \quad B = 180 - 25 - 44.78$$

Por lo tanto se tiene que:

$$B = 110.22^\circ$$

Aplicando nuevamente la ley de los senos entre los lados "a" y "b" se tiene:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{\text{sen}B}{\text{sen}A} * a$$

Reemplazando valores se tiene $b = \frac{\text{sen}110.22^\circ}{\text{sen}25^\circ} * 30$

Resolviendo y despejando el lado "B" $B = 66.61 \text{ m.}$

Perímetro del triángulo: $P = a + b + c = 30 + 66.61 + 50 \quad \Rightarrow \quad P = 146.61 \text{ m.}$

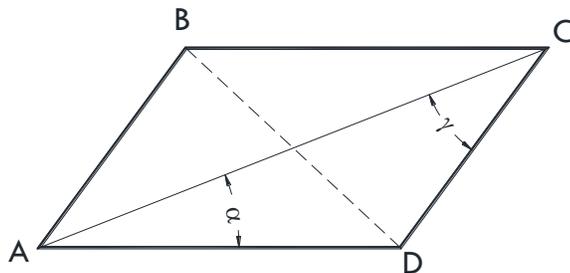
Área del triángulo: $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Donde "p" es el semiperímetro, $p = P/2 \quad \Rightarrow \quad p = 73.31 \text{ m.}$

Finalmente $A = \sqrt{73.31(73.31-30)(73.31-66.61)(73.31-50)} \quad A = 703.80 \text{ m}^2$

RESPUESTA **Perímetro P = 146.61 m** **Área A = 703.80 m²**
REDONDEANDO **Perímetro P = 147.00 m** **Área A = 704.00 m²**

6. Calcular la diagonal menor de un paralelogramo, sabiendo que sus lados son 90 y 55 metros de longitud y la diagonal mayor es de 120 metros de longitud.



R. Realizando los cálculos en el triángulo ACD según la ley de coseos se tiene:

$$DC^2 = AC^2 + AD^2 - 2 * AC * AD * \cos \alpha$$

Despejando $\cos \alpha$: $\cos \alpha = \frac{AC^2 + AD^2 - DC^2}{2 * AC * AD} \quad \Rightarrow \quad \cos \alpha = \frac{120^2 + 90^2 - 55^2}{2 * 120 * 90}$

Despejando el valor de "α" se tiene $\alpha = 25.628^\circ$

Realizando los cálculos en el triángulo BCD según la ley de coseos se tiene:

$$AD^2 = AC^2 + DC^2 - 2 * AC * DC * \cos \gamma$$

$$\text{Despejando } \cos \gamma: \quad \cos \gamma = \frac{AC^2 + DC^2 - AD^2}{2 * AC * DC} \Rightarrow \cos \gamma = \frac{120^2 + 55^2 - 90^2}{2 * 120 * 55}$$

$$\text{Despejando el valor de "}\gamma\text{" se tiene} \quad \gamma = 45.054^\circ$$

Por alternos internos y realizando la suma correspondiente el ángulo β , en el vértice A, será igual a:

$$\beta = \alpha + \gamma = 25.628 + 45.054 \Rightarrow \beta = 70.682^\circ$$

Finalmente, realizando los cálculos en el triángulo ACD según la ley de coseos se tiene:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 * AB * AD * \cos \beta$$

$$\text{Despejando "BD"} \quad AC = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2 * AB * AD * \cos \beta}$$

$$\text{Reemplazando valores se tiene:} \quad AC = \sqrt{55^2 + 90^2 - 2 * 55 * 90 * \cos 70.682^\circ}$$

Finalmente $AC = 88.60$ metros
RESPUESTA **Redondeando** **AC = 89.00 metros**

D. MATERIAL DE ESCRITORIO Y REQUISITOS PARA PRESENTAR LA P.S.A.

LOS MATERIALES MINIMOS NECESARIOS PARA DAR LA P.S.A. SON:

- ✓ 15 HOJAS DE PAPEL BOND TAMAÑO CARTA.
- ✓ LAPIZ NEGRO O MICROPUNTA.
- ✓ BORRADOR
- ✓ LAPICERO AZUL.
- ✓ CALCULADORA CIENTIFICA. (CON OPERACIONES BASICAS SIMILARES O MENORES A LA FX 3600).
- ✓ 2 SOBRES MANILA TAMAÑO OFICIO.
- ✓ ESTUCHE GEOMETRICO

REQUISITOS PARA LA P.S.A. SON :

- ✓ CEDULA DE IDENTIDAD.
- ✓ FORMULARIO DE PRE-INSCRIPCION.
- ✓ TODOS LOS POSTULANTES DEBEN ESTA 15 MINUTOS ANTES DE LA PRUEBA, PARA EFECTOS DE ORGANIZACIÓN Y DISTRIBUCION DE AULAS.

✓ **TRAJE FORMAL.**

RECOMENDACIONES.

- ✓ **NO ESTA PERMITIDO PORTAR MOCHILAS.**
- ✓ **NO ESTA PERMITIDO PORTAR CELULARES.**
- ✓ **NO ESTA PERMITIDO PORTAR EQUIPOS DE NINGUN TIPO.**

E. LUGAR DONDE SE DESARROLLA LA PRUEBA.

Los ambientes donde se desarrollaran las pruebas son las mismas aulas de la Carrera de Ingeniería Civil la cual se encuentra ubicada en el edificio central de la U.A.T.F. en la Av. Del Maestro s/n. Siendo los ambientes dispuestos para esta ocasión el AMB. 141 y el AMB. 136.

DOCENTES RESPONSABLES DE LA P.S.A. 2/2017.

Ing. Gerardo Ríos Buhezo

Lic. Marco López

Ing. Roberto Jaime Rodríguez Quispe

DIRECTOR DE CARRERA INGENIERIA CIVIL

iiiiiiCALCULO PRECISION Y SIMETRIA iiiii.....ADELANTE INGENIERIA.